

Internationales Studienkolleg Kaiserslautern

Semester: Sommersemester 2016

Abschlussprüfung: Mathe für WB2

Datum: 09.06.2016

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

Lösen Sie folgendes lineares Optimierungsproblem. Geben Sie auch den Wert von z im Maximum an (12 Punkte).

$$z(x, y) = x + y + 7 \rightarrow \max!$$

Nebenbedingungen: 1) $x \geq 0, y \geq 0$

$$2) y \leq 8 - \frac{4}{3} \cdot x$$

$$3) y \leq 4 - \frac{2}{5} \cdot x$$

$$4) y \leq x$$

$$5) x \leq 4$$

Aufgabe 2

Kreuzen Sie bei den folgenden Aussagen jeweils „Ja“ oder „Nein“ an.

- +1 Punkt für jede richtige Antwort,
- -1 Punkt für jede falsche Antwort,
- 0 Punkte für jede fehlende Antwort,
- Minimum für die Gesamtaufgabe: 0 Punkte

Aussage	Ja	Nein
Für den Wert x_1 beim Newton-Verfahren gilt: $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$.		
$f'(x_0) > 0 \Rightarrow f(x)$ ist an der Stelle x_0 streng monoton steigend.		
Die erste Ableitung von $f(x) = 2^{x^2+3x}$ ist $f'(x) = 3^{x^2+3x} \cdot (3 \cdot x + 2)$.		
$f''(x_0) = 0 \wedge f'''(x_0) < 0 \Rightarrow f(x)$ hat an x_0 eine Wendestelle.		
$x_w = -2$ ist Wendestelle von $f(x) = \frac{1}{6} \cdot x^3 - x^2$.		
Die erste Ableitung von $f(x) = 5 \cdot x^4 - 2 \cdot x^2 + 2$ ist $f'(x) = 20 \cdot x^4 - 4 \cdot x$.		

Abschlussprüfung: Mathe WB2, Sommersemester 2016, 09.06.2016

Aussage	Ja	Nein
$f'(x_0) = 0 \wedge f''(x_0) > 0 \Rightarrow f(x)$ hat an x_0 ein inneres Maximum.		
Die erste Ableitung von $f(x) = \ln(2 \cdot x^2)$ ist $f'(x) = \frac{4}{x}$.		
$f''(x_0) < 0 \Rightarrow f(x)$ ist an der Stelle x_0 streng konvex.		
$f(x) = x^3$ hat an $x_0 = 1$ die Tangentengleichung $y = -3 \cdot x + 1$.		
Die zweite Ableitung von $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ ist $f''(x) = \frac{4}{-(x+1)^3}$.		
$\varepsilon(x_0) = f'(x_0) \cdot \frac{x_0}{f(x_0)}$ ist die Elastizität von $f(x)$ an der Stelle x_0 .		

(12 Punkte)

Aufgabe 3

a) Bestimmen Sie die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -7 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -6 & 1 \end{pmatrix} \quad (8 \text{ Punkte}).$$

b) Wir haben die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie

b1) A^T (1 Punkt),

b2) $B \cdot A$ (3 Punkte).

Aufgabe 4

a) Bestimmen Sie für $f(x) = e^x - 4 \cdot x$ $\mathbb{D}_f = [1, \infty[$ sämtliche Hochpunkte und Tiefpunkte. Geben Sie auch jeweils an, um welche Art von Maximum bzw. Minimum es sich handelt (5 Punkte).

b) Bestimmen Sie für $f(x) = x^4 - 2 \cdot x^2 + 1$ $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ sämtliche Wendepunkte. Geben Sie auch an, in welchen Bereichen die Funktion streng konvex bzw. streng konkav verläuft (5 Punkte).

c) Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{\ln(x)}{x}$ $\mathbb{D}_f =]0, \infty[$ mit der Regel von de l'Hôpital (2 Punkte).

Aufgabe 5

- a) Die Tabelle zeigt für die Bundesligasaison 2015/2016 die Anzahl der gelb-roten Karten der einzelnen Vereine¹.

1. FC Köln	1. FSV Mainz 05	1899 Hoffenheim	Bayer 04 Leverkusen	Borussia Dortmund	Borussia M'gladbach
1	0	2	2	0	2
Eintracht Frankfurt	FC Augsburg	FC Bayern München	FC Ingol- stadt 04	FC Schalke 04	Hamburger SV
3	1	2	1	0	1
Hannover 96	Hertha BSC	SV Darm- stadt 98	Werder Bremen	VfB Stuttgart	VfL Wolfsburg
0	2	1	1	4	2

- a1) Bestimmen Sie den Median der gelb-roten Karten (2 Punkte).
- a2) Zeichnen Sie die absolute Häufigkeitsfunktion der gelb-roten Karten (2 Punkte).
- b) Der Demokratieindex (DKI) gibt das Ausmaß an Demokratie in einem Staat an. Je höher der Wert des DKI ist, desto demokratischer ist ein Staat. Die Tabelle zeigt für fünf Staaten den DKI und das nominale BIP pro Kopf im Jahr 2014.

Land	DKI 2014 ²	Nominales BIP pro Kopf 2014 ³
Trinidad und Tobago	6,99	21.375 US-\$
China	3,0	7.572 US-\$
Dänemark	9,11	60.947 US-\$
Deutschland	8,64	47.774 US-\$
Sudan	2,54	2.005 US-\$

Zeigen Sie die Art der Korrelation zwischen dem DKI und dem nominalen BIP pro Kopf im Jahr 2014. Rechnen Sie bei den Zwischenschritten auf vier Nachkommastellen genau. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

Hinweise:

- Durchschnittliches nominales BIP pro Kopf: 27.934,60 US-\$
- Standardabweichung des nominalen BIP pro Kopf: 22.862,3198

(8 Punkte).

¹ Quelle: <http://www.bundesliga.de> (25.05.2016)

² Quelle: <http://www.sudestada.com.uy> (25.05.2016)

³ Quelle: <http://www.destatis.de> (25.05.2016)